K TRANSFORMAČNÍM VZTAHŮM VEKTORŮ ELEKTROMAGNETICKÉHO POLE

ALEXANDER ŽENÍŠEK A JAN LAMAČ

ABSTRAKT. V letošním roce si připomínáme nejenom 100 let od vzniku obecné teorie relativity, ale také 110 let od vzniku speciální teorie relativity. V tomto příspěvku se hlavně zaměříme na detailní odvození transformačních vztahů pro vektory intensit elektromagnetického pole klasickým způsobem v soustavě SI. Einstein neuvedl v [1] propočet přechodu od (E1) k (E3); jeho rovnice (E2) jsou jenom naznačením. Domníváme se, že v roce 110. výročí transformačních rovnic (E4), (E5) je vhodné uvést detaily. (Tento postup byl nahrazen v cgs stručnějším Minkowského formalismem [4] – viz např. [5], str. 166–167, resp. českou učebnici speciální teorie relativity [6], str. 225–227, a zde také kap. 5. Dodatek.) V kap. 5 jsou také dokázany obdobné transformační rovnice v SI. Klasické knihy o relativitě (jako [2], [3], [5], [6]) užívají soustavu cgs.

1. NĚKOLIK ÚVODNÍCH VZTAHŮ

Maxwellovy-Lorentzovy rovnice jsou zjednodušené Maxwellovy rovnice, které Lorentz[1] užíval ve své elektronové teorii.

Pro větší přehlednost zápisu budeme užívat symboly ξ, η, ζ a τ místo x', y', z' a t'. Nejjednodušší Lorentzova transformace (když osy x a ξ leží na stejné přímce, počátek O' se pohybuje po ose x rychlostí v a $\eta || y$, $\zeta || z$) pro přechod z inerciální soustavy S do inerciální soustavy S' bude pak mít tvar

$$\xi = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\,, \quad \eta = y\,, \quad \zeta = z\,, \quad \tau = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\,, \tag{1.1}$$

kde c je rychlost světla ve vakuu. Pro inverzní Lorentzovu transformaci odpovídající přechodu z S' do S nyní platí

$$x = \frac{\xi + v\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\,, \quad y = \eta\,, \quad z = \zeta\,, \quad t = \frac{\tau + \frac{v}{c^2}\xi}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\,. \tag{1.2}$$

Podle Einsteinova principu relativity mají Maxwellovy-Lorentzovy rovnice pro vakuum v soustavě S, resp. S' tvar[2]

[1]H. A. Lorentz, druhý nositel Nobelovy ceny, kterou získal společně se Zeemanem.
[2]Užíváme zde soustavu jednotek SI.

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \qquad \operatorname{div}\mathbf{E} = 0,$$
$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \qquad \operatorname{div}\mathbf{H} = 0, \tag{1.3}$$

resp.

$$\operatorname{rot}'\mathbf{H}' = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial \tau}, \qquad \operatorname{div}'\mathbf{E}' = 0,$$
$$\operatorname{rot}'\mathbf{E}' = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial \tau}, \qquad \operatorname{div}'\mathbf{H}' = 0, \tag{1.4}$$

kde $\mathbf{E}$ a $\mathbf{H}$ jsou intensity elektrického a magnetického pole; ε_0 je permitivita vakua a μ_0 permeabilita vakua. Dále

$$\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z), \quad \mathbf{H} = (H_x, H_y, H_z), \quad \mathbf{E}' = (E'_\xi, E'_\eta, E'_\zeta), \quad \mathbf{H}' = (H'_\xi, H'_\eta, H'_\zeta),$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\mathbf{j} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\mathbf{k},$$

$$\operatorname{rot}'\mathbf{E}' = \begin{vmatrix} \mathbf{i}' & \mathbf{j}' & \mathbf{k}' \\ \frac{\partial}{\partial \xi} & \frac{\partial}{\partial \eta} & \frac{\partial}{\partial \zeta} \\ E'_\xi & E'_\eta & E'_\zeta \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial E'_\zeta}{\partial \eta} - \frac{\partial E'_\eta}{\partial \zeta}\right)\mathbf{i}'$$
$$+ \left(\frac{\partial E'_\xi}{\partial \zeta} - \frac{\partial E'_\zeta}{\partial \xi}\right)\mathbf{j}' + \left(\frac{\partial E'_\eta}{\partial \xi} - \frac{\partial E'_\xi}{\partial \eta}\right)\mathbf{k}';$$

kde $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$, resp. $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$ jsou jednotkové vektory v kladném směru os x, y, z, resp. ξ, η, ζ. Konečně

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}, \quad \operatorname{div}'\mathbf{E}' = \frac{\partial E'_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial E'_\eta}{\partial \eta} + \frac{\partial E'_\zeta}{\partial \zeta}.$$

2. Překlad matematické části Einsteinova původního textu paragrafu 6 práce [1]

Einstein „odvodil“ transformační vztahy (E4), (E5) ve své práci z roku 1905 takto (užili jsme uvozovky proto, že Einstein žádný výpočet neuvedl):

Nechť v klidné soustavě S platí Maxwellovy–Hertzovy rovnice pro vakuum, takže máme (Einstein užil soustavu cgs (v předchozím textu jsme užili SI), takže se na levé straně rovnic (E1) objevuje faktor $\frac{1}{c}$)

$$\begin{aligned} \frac{1}{c}\frac{\partial E_x}{\partial t} &= \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}, & \frac{1}{c}\frac{\partial H_x}{\partial t} &= \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y}, \\ \frac{1}{c}\frac{\partial E_y}{\partial t} &= \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}, & \frac{1}{c}\frac{\partial H_y}{\partial t} &= \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z}, \\ \frac{1}{c}\frac{\partial E_z}{\partial t} &= \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}, & \frac{1}{c}\frac{\partial H_z}{\partial t} &= \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x}. \end{aligned} \tag{E1}$$

Transformujme rovnice (E1) do soustavy S' pomocí Lorentzovy transformace uvedené v §3 práce [1]. (Zde viz (1.1) resp. (1.2).) Dostaneme

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c}\frac{\partial E_x}{\partial\tau} &= \gamma\frac{\partial(H_z-\beta E_y)}{\partial\eta} - \gamma\frac{\partial(H_y+\beta E_z)}{\partial\zeta},\\
\frac{1}{c}\gamma\frac{\partial(E_y-\beta H_z)}{\partial\tau} &= \frac{\partial H_x}{\partial\zeta} - \gamma\frac{\partial(H_z-\beta E_y)}{\partial\xi},\\
\frac{1}{c}\gamma\frac{\partial(E_z+\beta H_y)}{\partial\tau} &= \gamma\frac{\partial(H_y+\beta E_z)}{\partial\xi} - \frac{\partial H_x}{\partial\eta},\\
\frac{1}{c}\frac{\partial H_x}{\partial\tau} &= \gamma\frac{\partial(E_y-\beta H_z)}{\partial\xi} - \gamma\frac{\partial(E_z+\beta H_y)}{\partial\eta},\\
\frac{1}{c}\gamma\frac{\partial(H_y+\beta E_z)}{\partial\tau} &= \gamma\frac{\partial(E_z+\beta H_y)}{\partial\xi} - \frac{\partial E_x}{\partial\zeta},\\
\frac{1}{c}\gamma\frac{\partial(H_z-\beta E_y)}{\partial\tau} &= \frac{\partial E_x}{\partial\eta} - \gamma\frac{\partial(E_y-\beta H_z)}{\partial\xi},
\end{aligned}\tag{E2}$$

kde konstanty γ,β mají stejný význam jako v (3.10). Protože v S platí rovnice (E1), tak v S' podle principu relativity platí rovnice

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c}\frac{\partial E'_\xi}{\partial\tau} &= \frac{\partial H'_\zeta}{\partial\eta} - \frac{\partial H'_\eta}{\partial\zeta}, & \frac{1}{c}\frac{\partial H'_\xi}{\partial\tau} &= \frac{\partial E'_\eta}{\partial\zeta} - \frac{\partial E'_\zeta}{\partial\eta},\\
\frac{1}{c}\frac{\partial E'_\eta}{\partial\tau} &= \frac{\partial H'_\xi}{\partial\zeta} - \frac{\partial H'_\zeta}{\partial\xi}, & \frac{1}{c}\frac{\partial H'_\eta}{\partial\tau} &= \frac{\partial E'_\zeta}{\partial\xi} - \frac{\partial E'_\xi}{\partial\zeta},\\
\frac{1}{c}\frac{\partial E'_\zeta}{\partial\tau} &= \frac{\partial H'_\eta}{\partial\xi} - \frac{\partial H'_\xi}{\partial\eta}, & \frac{1}{c}\frac{\partial H'_\zeta}{\partial\tau} &= \frac{\partial E'_\xi}{\partial\eta} - \frac{\partial E'_\eta}{\partial\xi}.
\end{aligned}\tag{E3}$$

Porovnáním (E2) a (E3) dostáváme tyto transformační vztahy

$$E'_\xi = E_x,\ \ E'_\eta = \gamma\big(E_y-\beta H_z\big),\ \ E'_\zeta = \gamma\big(E_z+\beta H_y\big),\tag{E4}$$

$$H'_\xi = H_x,\ \ H'_\eta = \gamma\big(H_y+\beta E_z\big),\ \ H'_\zeta = \gamma\big(H_z-\beta E_y\big).\tag{E5}$$

3. Tansformace vektorů **E** a **H** v případě SI

Problém je, jak získat z rovnic typu (E1), resp. (E3) rovnice typu (E2). Abychom vyjádřili $E'_\xi, E'_\eta, E'_\zeta, H'_\xi, H'_\eta, H'_\zeta$ pomocí $E_x, E_y, E_z,\ H_x, H_y, H_z$, vyjdeme ze složkového tvaru rovnic (1.4):

$$\varepsilon_0\frac{\partial E'_\xi}{\partial\tau} = \frac{\partial H'_\zeta}{\partial\eta} - \frac{\partial H'_\eta}{\partial\zeta},\tag{3.1}$$

$$\varepsilon_0\frac{\partial E'_\eta}{\partial\tau} = \frac{\partial H'_\xi}{\partial\zeta} - \frac{\partial H'_\zeta}{\partial\xi},\tag{3.2}$$

$$\varepsilon_0\frac{\partial E'_\zeta}{\partial\tau} = \frac{\partial H'_\eta}{\partial\xi} - \frac{\partial H'_\xi}{\partial\eta},\tag{3.3}$$

$$\frac{\partial E'_\xi}{\partial\xi} + \frac{\partial E'_\eta}{\partial\eta} + \frac{\partial E'_\zeta}{\partial\zeta} = 0,\tag{3.4}$$

$$-\mu_0 \frac{\partial H'_\xi}{\partial \tau} = \frac{\partial E'_\zeta}{\partial \eta} - \frac{\partial E'_\eta}{\partial \zeta}, \tag{3.5}$$

$$-\mu_0 \frac{\partial H'_\eta}{\partial \tau} = \frac{\partial E'_\xi}{\partial \zeta} - \frac{\partial E'_\zeta}{\partial \xi}, \tag{3.6}$$

$$-\mu_0 \frac{\partial H'_\zeta}{\partial \tau} = \frac{\partial E'_\eta}{\partial \xi} - \frac{\partial E'_\xi}{\partial \eta}, \tag{3.7}$$

$$\frac{\partial H'_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial H'_\eta}{\partial \eta} + \frac{\partial H'_\zeta}{\partial \zeta} = 0. \tag{3.8}$$

(Einstein nepovažoval za nutné uvést rovnice $\operatorname{div} \mathbf{E} = 0, \operatorname{div} \mathbf{H} = 0$, resp. $\operatorname{div}' \mathbf{E}' = 0$, $\operatorname{div}' \mathbf{H}' = 0$ v (E1), resp. (E3).) Platí

$$\begin{aligned}
E'_\xi(\xi,\eta,\zeta,\tau) &= E_x(x(\xi,\eta,\zeta,\tau), y(\xi,\eta,\zeta,\tau), z(\xi,\eta,\zeta,\tau), t(\xi,\eta,\zeta,\tau)),\\
E'_\eta(\xi,\eta,\zeta,\tau) &= E_y(x(\xi,\eta,\zeta,\tau), y(\xi,\eta,\zeta,\tau), z(\xi,\eta,\zeta,\tau), t(\xi,\eta,\zeta,\tau)),\\
E'_\zeta(\xi,\eta,\zeta,\tau) &= E_z(x(\xi,\eta,\zeta,\tau), y(\xi,\eta,\zeta,\tau), z(\xi,\eta,\zeta,\tau), t(\xi,\eta,\zeta,\tau)),\\
H'_\xi(\xi,\eta,\zeta,\tau) &= H_x(x(\xi,\eta,\zeta,\tau), y(\xi,\eta,\zeta,\tau), z(\xi,\eta,\zeta,\tau), t(\xi,\eta,\zeta,\tau)),\\
H'_\eta(\xi,\eta,\zeta,\tau) &= H_y(x(\xi,\eta,\zeta,\tau), y(\xi,\eta,\zeta,\tau), z(\xi,\eta,\zeta,\tau), t(\xi,\eta,\zeta,\tau)),\\
H'_\zeta(\xi,\eta,\zeta,\tau) &= H_z(x(\xi,\eta,\zeta,\tau), y(\xi,\eta,\zeta,\tau), z(\xi,\eta,\zeta,\tau), t(\xi,\eta,\zeta,\tau)).
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Dosaďme vztahy (3.9) do rovnic (3.1)–(3.8). Po úpravě dostaneme[3]

$$\varepsilon_0 \gamma \Big(\frac{\partial E_x}{\partial t} + v \frac{\partial E_x}{\partial x} \Big) = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}, \tag{3.1a}$$

$$\varepsilon_0 \gamma \Big(\frac{\partial E_y}{\partial t} + v \frac{\partial E_y}{\partial x} \Big) = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \gamma \Big(\frac{\partial H_z}{\partial x} + \frac{v}{c^2} \frac{\partial H_z}{\partial t} \Big), \tag{3.2a}$$

$$\varepsilon_0 \gamma \Big(\frac{\partial E_z}{\partial t} + v \frac{\partial E_z}{\partial x} \Big) = \gamma \Big(\frac{\partial H_y}{\partial x} + \frac{v}{c^2} \frac{\partial H_y}{\partial t} \Big) - \frac{\partial H_x}{\partial y}, \tag{3.3a}$$

$$\gamma \Big(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{v}{c^2} \frac{\partial E_x}{\partial t} \Big) + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0, \tag{3.4a}$$

$$\mu_0 \gamma \Big(\frac{\partial H_x}{\partial t} + v \frac{\partial H_x}{\partial x} \Big) = \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y}, \tag{3.5a}$$

$$\mu_0 \gamma \Big(\frac{\partial H_y}{\partial t} + v \frac{\partial H_y}{\partial x} \Big) = \gamma \Big(\frac{\partial E_z}{\partial x} + \frac{v}{c^2} \frac{\partial E_z}{\partial t} \Big) - \frac{\partial E_x}{\partial z}, \tag{3.6a}$$

$$\mu_0 \gamma \Big(\frac{\partial H_z}{\partial t} + v \frac{\partial H_z}{\partial x} \Big) = \frac{\partial E_x}{\partial y} - \gamma \Big(\frac{\partial E_y}{\partial x} + \frac{v}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial t} \Big), \tag{3.7a}$$

$$\gamma \Big(\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{v}{c^2} \frac{\partial H_x}{\partial t} \Big) + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0. \tag{3.8a}$$

---

[3]Užíváme vztahy

$$\frac{\partial f'}{\partial \xi} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial \xi} + \frac{\partial f}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial \xi} + \frac{\partial f}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial \xi} = \gamma \Big(\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{v}{c^2}\frac{\partial f}{\partial t} \Big),$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f'}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial f'}{\partial \zeta}, \quad \frac{\partial f'}{\partial \tau} = \gamma \Big(\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} \Big),$$

které plynou z pravidla o derivování složené funkce a z transformace (1.2); zde symbol f nahrazuje funkce $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$ a symbol f' nahrazuje funkce E'_ξ, E'_η, E'_ζ, H'_ξ, H'_η, H'_ζ.

Vztahy (3.1a)–(3.8a) lze upravit na tvar (podrobnosti jsou uvedeny v závěru důkazu věty 1)

$$\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y}\Big[\gamma\Big(H_z + \varepsilon_0 v E_y\Big)\Big] - \frac{\partial}{\partial z}\Big[\gamma\Big(H_y - \varepsilon_0 v E_z\Big)\Big], \tag{3.1b}$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\Big[\gamma\Big(E_y + \mu_0 v H_z\Big)\Big] = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x}\Big[\gamma\Big(H_z + \varepsilon_0 v E_y\Big)\Big], \tag{3.2b}$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\Big[\gamma\Big(E_z - \mu_0 v H_y\Big)\Big] = \frac{\partial}{\partial x}\Big[\gamma\Big(H_y - \varepsilon_0 v E_z\Big)\Big] - \frac{\partial H_x}{\partial y}, \tag{3.3b}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\Big[\gamma\Big(E_y + \mu_0 v H_z\Big)\Big] + \frac{\partial}{\partial z}\Big[\gamma\Big(E_z - \mu_0 v H_y\Big)\Big] = 0, \tag{3.4b}$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\Big[\gamma\Big(E_y + \mu_0 v H_z\Big)\Big] - \frac{\partial}{\partial y}\Big[\gamma\Big(E_z - \mu_0 v H_y\Big)\Big], \tag{3.5b}$$

$$\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\Big[\gamma\Big(H_y - \varepsilon_0 v E_z\Big)\Big] = \frac{\partial}{\partial x}\Big[\gamma\Big(E_z - \mu_0 v H_y\Big)\Big] - \frac{\partial E_x}{\partial z}, \tag{3.6b}$$

$$\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\Big[\gamma\Big(H_z + \varepsilon_0 v E_y\Big)\Big] = \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x}\Big[\gamma\Big(E_y + \mu_0 v H_z\Big)\Big], \tag{3.7b}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\Big[\gamma\Big(H_y - \varepsilon_0 v E_z\Big)\Big] + \frac{\partial}{\partial z}\Big[\gamma\Big(H_z + \varepsilon_0 v E_y\Big)\Big] = 0, \tag{3.8b}$$

kde

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}. \tag{3.10}$$

Věta 3.1. *Transformační vztahy pro vektory* **E**, **H** *elektromagnetického pole mají v soustavě SI v případě Lorentzovy transformace* (1.1) *tvar*

$$E'_\xi = E_x,\ \ E'_\eta = \gamma(E_y - \mu_0 v H_z),\ \ E'_\zeta = \gamma(E_z + \mu_0 v H_y), \tag{3.11}$$

$$H'_\xi = H_x,\ \ H'_\eta = \gamma(H_y + \varepsilon_0 v E_z),\ \ H'_\zeta = \gamma(H_z - \varepsilon_0 v E_y), \tag{3.12}$$

čili (*protože* $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$)

$$E'_\xi = E_x,\ \ E'_\eta = \gamma\Big(E_y - \beta H_z\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Big),\ \ E'_\zeta = \gamma\Big(E_z + \beta H_y\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Big), \tag{3.13}$$

$$H'_\xi = H_x,\ \ H'_\eta = \gamma\Big(H_y + \beta E_z\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\Big),\ \ H'_\zeta = \gamma\Big(H_z - \beta E_y\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\Big). \tag{3.14}$$

Důkaz. Zaveďme pomocné značení

$$\widehat{E}_x := E_x,\ \widehat{E}_y := E_y,\ \widehat{E}_z := E_z,\ \widehat{H}_x := H_x,\ \widehat{H}_y := H_y,\ \widehat{H}_z := H_z \tag{3.15}$$

a s jeho užitím napišme rovnice (1.3) ve složkách:

$$\varepsilon_0 \frac{\partial \widehat{E}_x}{\partial t} = \frac{\partial \widehat{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \widehat{H}_y}{\partial z}, \tag{3.1c}$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial \widehat{E}_y}{\partial t} = \frac{\partial \widehat{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \widehat{H}_z}{\partial x}, \tag{3.2c}$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial \widehat{E}_z}{\partial t} = \frac{\partial \widehat{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \widehat{H}_x}{\partial y}, \tag{3.3c}$$

$$\frac{\partial \widehat{E}_x}{\partial x} + \frac{\partial \widehat{E}_y}{\partial y} + \frac{\partial \widehat{E}_z}{\partial z} = 0, \tag{3.4c}$$

$$-\mu_0 \frac{\partial \widehat{H}_x}{\partial t} = \frac{\partial \widehat{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \widehat{E}_y}{\partial z}, \tag{3.5c}$$

$$-\mu_0 \frac{\partial \widehat{H}_y}{\partial t} = \frac{\partial \widehat{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial \widehat{E}_z}{\partial x}, \tag{3.6c}$$

$$-\mu_0 \frac{\partial \widehat{H}_z}{\partial t} = \frac{\partial \widehat{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \widehat{E}_x}{\partial y}, \tag{3.7c}$$

$$\frac{\partial \widehat{H}_x}{\partial x} + \frac{\partial \widehat{H}_y}{\partial y} + \frac{\partial \widehat{H}_z}{\partial z} = 0. \tag{3.8c}$$

Protože rovnice (3.1c)–(3.8c) znamenají totéž co rovnice (3.1b)–(3.8b), platí

$$\widehat{E}_x = E_x,\ \ \widehat{E}_y = \gamma(E_y + \mu_0 v H_z),\ \ \widehat{E}_z = \gamma(E_z - \mu_0 v H_y), \tag{3.16}$$

$$\widehat{H}_x = H_x,\ \ \widehat{H}_y = \gamma(H_y - \varepsilon_0 v E_z),\ \ \widehat{H}_z = \gamma(H_z + \varepsilon_0 v E_y), \tag{3.17}$$

V pravých stranách rovnic (3.16), (3.17) položme

$$x = x(\xi,\eta,\zeta,\tau),\ \ y = y(\xi,\eta,\zeta,\tau),\ \ z = z(\xi,\eta,\zeta,\tau),\ \ t = t(\xi,\eta,\zeta,\tau),$$

takže podle (3.9) platí

$$\widehat{E}_x = E'_\xi,\ \ \widehat{E}_y = \gamma(E'_\eta + \mu_0 v H'_\zeta),\ \ \widehat{E}_z = \gamma(E'_\zeta - \mu_0 v H'_\eta), \tag{3.18}$$

$$\widehat{H}_x = H'_\xi,\ \ \widehat{H}_y = \gamma(H'_\eta - \varepsilon_0 v E'_\zeta),\ \ \widehat{H}_z = \gamma(H'_\zeta + \varepsilon_0 v E'_\eta), \tag{3.19}$$

Odstraníme-li v levých stranách rovnic (3.1), (3.19) již zbytečný „klobouk“ (*wide-hat* čili česky obvykleji *stříšku*), dostaneme

$$E_x = E'_\xi,\ \ E_y = \gamma(E'_\eta + \mu_0 v H'_\zeta),\ \ E_z = \gamma(E'_\zeta - \mu_0 v H'_\eta), \tag{3.11*}$$

$$H_x = H'_\xi,\ \ H_y = \gamma(H'_\eta - \varepsilon_0 v E'_\zeta),\ \ H_z = \gamma(H'_\zeta + \varepsilon_0 v E'_\eta), \tag{3.12*}$$

což je inverzní transformace k transformaci (3.11), (3.12).

Zbývá dokázat implikaci (3.1a) – (3.8a) $\Rightarrow$ (3.1b) – (3.8b). Každou ze čtyř rovnic (3.2b), (3.3b), (3.6b), (3.7b) lze získat z jednotlivých korespondujících rovnic (3.2a), (3.3a), (3.6a), (3.7a) snadnou úpravou a užitím vztahu $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$.

Rovnice

$$(3.1\text{b}) = \gamma \times (3.1\text{a}) - \gamma\varepsilon_0 v \times (3.4\text{a}).$$

Rovnice

$$(3.4\text{b}) = \gamma \times (3.4\text{a}) - \gamma\mu_0 v \times (3.1\text{a}).$$

Podobně,

$$(3.5\text{b}) = \gamma \times (3.5\text{a}) - \gamma\mu_0 v (3.8\text{a}) \quad \text{a} \quad (3.8\text{b}) = \gamma \times (3.8\text{a}) - \gamma\varepsilon_0 v \times (3.5\text{a}).$$

□

3A. K odvození rovnic (E2)

Einsteinův výsledek transformace rovnic (E1) na rovnice (E2) je nestandardní: „staré“ funkce $E_x, \dots, H_z$ jsou derivovány podle „nových“ proměnných ξ, η, ζ, τ. Zcela ve stylu článku [1] není připojen žádný komentář nebo nějaké zdůvodnění.

Poznámka. I když funkce $E_x, \dots, H_z$ nesouvisejí s proměnnými ξ, η, ζ, τ, matematický formalismus dovoluje psát (kde f je libovolná z funkcí $E_x, \dots, H_z$)

$$\frac{\partial f}{\partial s} = \frac{\partial f}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial s} + \frac{\partial f}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial s} + \frac{\partial f}{\partial \zeta}\frac{\partial \zeta}{\partial s} + \frac{\partial f}{\partial \tau}\frac{\partial \tau}{\partial s} \quad (s = x, y, z, t). \tag{3.20}$$

Uvažujme první z rovnic (E1):

$$\frac{1}{c}\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}. \tag{3.21}$$

Podle (1.1) a (3.20) dostáváme z rovnice (3.21):

$$\frac{1}{c}\Big(- \frac{\partial E_x}{\partial \xi}\gamma v + \frac{\partial E_x}{\partial \tau}\gamma\Big) = \frac{\partial H_z}{\partial \eta} - \frac{\partial H_y}{\partial \zeta}. \tag{3.22}$$

Odtud nedostaneme první rovnici (E2), i kdyby platilo

$$\frac{\partial E_x}{\partial \xi} + \frac{\partial E_y}{\partial \eta} + \frac{\partial E_z}{\partial \zeta} = 0.$$

Záporné výsledky se dokazují obtížně, ale zdá se, že přes (3.20) cesta nevede.

4. Ještě k odvození rovnic (E2)

Domníváme se, že Einstein zacházel s derivacemi tak, jako by to byly zlomky, takže upravoval jejich „čitatele“ následujícím způsobem:[4] S pomocí (3.9) přepíšeme rovnice (3.1b)–(3.8b) na tvar (jiný způsob získání rovnic (4.1)–(4.8) pomocí definice parciálních derivací nevidíme, resp. by byl příliš krkolomný, což by Einstein nedělal)

$$\varepsilon_0 \frac{\partial E'_\xi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y}\Big[\gamma\Big(H'_\zeta + \varepsilon_0 v E'_\eta\Big)\Big] - \frac{\partial}{\partial z}\Big[\gamma\Big(H'_\eta - \varepsilon_0 v E'_\zeta\Big)\Big], \tag{4.1}$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\Big[\gamma\Big(E'_\eta + \mu_0 v H'_\zeta\Big)\Big] = \frac{\partial H'_\xi}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x}\Big[\gamma\Big(H'_\zeta + \varepsilon_0 v E'_\eta\Big)\Big], \tag{4.2}$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\Big[\gamma\Big(E'_\zeta - \mu_0 v H'_\eta\Big)\Big] = \frac{\partial}{\partial x}\Big[\gamma\Big(H'_\eta - \varepsilon_0 v E'_\zeta\Big)\Big] - \frac{\partial H'_\xi}{\partial y}, \tag{4.3}$$

$$\frac{\partial E'_\xi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\Big[\gamma\Big(E'_\eta + \mu_0 v H'_\zeta\Big)\Big] + \frac{\partial}{\partial z}\Big[\gamma\Big(E'_\zeta - \mu_0 v H'_\eta\Big)\Big] = 0, \tag{4.4}$$

$$\mu_0 \frac{\partial H'_\xi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\Big[\gamma\Big(E'_\eta + \mu_0 v H'_\zeta\Big)\Big] - \frac{\partial}{\partial y}\Big[\gamma\Big(E'_\zeta - \mu_0 v H'_\eta\Big)\Big], \tag{4.5}$$

$$\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\Big[\gamma\Big(H'_\eta - \varepsilon_0 v E'_\zeta\Big)\Big] = \frac{\partial}{\partial x}\Big[\gamma\Big(E'_\zeta - \mu_0 v H'_\eta\Big)\Big] - \frac{\partial E'_\xi}{\partial z}, \tag{4.6}$$

[4] Podle našeho mínění nelze takto postupovat.

$$\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\Big[\gamma\Big(H'_\zeta + \varepsilon_0 v E'_\eta\Big)\Big] = \frac{\partial E'_\xi}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x}\Big[\gamma\Big(E'_\eta + \mu_0 v H'_\zeta\Big)\Big], \tag{4.7}$$

$$\frac{\partial H'_\xi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\Big[\gamma\Big(H'_\eta - \varepsilon_0 v E'_\zeta\Big)\Big] + \frac{\partial}{\partial z}\Big[\gamma\Big(H'_\zeta + \varepsilon_0 v E'_\eta\Big)\Big] = 0. \tag{4.8}$$

Toto jsou rovnice typu (E2). Podle Einsteinova principu relativity vyjadřují rovnice (4.1)–(4.8) totéž co rovnice (1.3). Odtud

$$E_x = E'_\xi,\;\; E_y = \gamma(E'_\eta + \mu_0 v H'_\zeta),\;\; E_z = \gamma(E'_\zeta - \mu_0 v H'_\eta), \tag{4.11$*$}$$

$$H_x = H'_\xi,\;\; H_y = \gamma(H'_\eta - \varepsilon_0 v E'_\zeta),\;\; H_z = \gamma(H'_\zeta + \varepsilon_0 v E'_\eta), \tag{4.12$*$}$$

To jsou inverzní rovnice k rovnicím (3.11) a (3.12). Z nich snadno získáme rovnice (3.11) a (3.12).

5. Dodatek

Ještě dokážeme dvě věty o transformaci vektorů **E**, **H**, a to jak v cgs, tak v SI s pomocí Minkowského formalismu.

Věta 5.1. *Transformační vztahy pro vektory* **E**, **H** *elektromagnetického pole mají v soustavě cgs tvar*

$$E'_\xi = E_x,\;\; E'_\eta = \gamma(E_y - \beta H_z),\;\; E'_\zeta = \gamma(E_z + \beta H_y), \tag{5.1}$$

$$H'_\xi = H_x,\;\; H'_\eta = \gamma(H_y + \beta E_z),\;\; H'_\zeta = \gamma(H_z - \beta E_y), \tag{5.2}$$

kde $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, $\beta = v/c$.

Napřed uvedeme dvě lemmata:

Lemma 5.2. *Při nejjednodušší Lorentzově transformaci (kde osy* x *a* ξ *leží na jedné přímce a* $y||\eta$, $z||\zeta$*) pro čtyřvektor* (x_1, x_2, x_3, x_4) *platí*

$$x'_1 = \frac{x_1 + \mathrm{i}\beta x_4}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad x'_2 = x_2, \quad x'_3 = x_3, \quad x'_4 = \frac{x_4 - \mathrm{i}\beta x_1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{5.3}$$

$$x_1 = \frac{x'_1 - \mathrm{i}\beta x'_4}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad x_2 = x'_2, \quad x_3 = x'_3, \quad x_4 = \frac{x'_4 + \mathrm{i}\beta x'_1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{5.3$*$}$$

$$\frac{\partial}{\partial x'_1} = \frac{\frac{\partial}{\partial x_1} + \mathrm{i}\beta\frac{\partial}{\partial x_4}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \frac{\partial}{\partial x'_2} = \frac{\partial}{\partial x_2}, \quad \frac{\partial}{\partial x'_3} = \frac{\partial}{\partial x_3}, \quad \frac{\partial}{\partial x'_4} = \frac{\frac{\partial}{\partial x_4} - \mathrm{i}\beta\frac{\partial}{\partial x_1}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{5.4}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_4}\frac{\partial x_4}{\partial t} = \mathrm{i}c\frac{\partial}{\partial x_4}, \quad \frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial x'_4}\frac{\partial x'_4}{\partial t'} = \mathrm{i}c\frac{\partial}{\partial x'_4}, \tag{5.5}$$

kde značíme $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$, $x_4 = \mathrm{i}ct$ *a* $x'_1 = \xi$, $x'_2 = \eta$, $x'_3 = \zeta$, $x'_4 = \mathrm{i}c\tau$.

Důkaz. Rovnice (5.3) tvoří nejjednodušší Lorentzovu transformaci napsanou pomocí Minkowského souřadnic; (5.3∗) je k (5.3) inverzní transformace. Vztahy (5.5) jsou zřejmé a vztahy (5.4) plynou z (5.3∗) a věty o derivaci složené funkce, podle které

$$\frac{\partial}{\partial x'_k} = \sum_{j=1}^{4} \frac{\partial x_j}{\partial x'_k}\frac{\partial}{\partial x_j} \quad (k = 1, \dots 4).$$

□

Druhé lemma se týká potenciálů $\mathbf{A}$, φ, které vystupují ve vztazích

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad}\varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad \mathbf{H} = \operatorname{rot}\mathbf{A}. \tag{5.6}$$

(Poznamenejme, že veličiny A_x, A_y, A_z, $\mathrm{i}\varphi$ jsou složky čtyřvektoru $A_1 = A_x$, $A_2 = A_y$, $A_3 = A_z$, $A_4 = \mathrm{i}\varphi$.)

Lemma 5.3. *Pro složky vektorů* $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)$, $\mathbf{H} = (H_x, H_y, H_z)$ *platí*

$$\mathrm{i}E_x = \frac{\partial A_1}{\partial x_4} - \frac{\partial A_4}{\partial x_1}, \quad \mathrm{i}E_y = \frac{\partial A_2}{\partial x_4} - \frac{\partial A_4}{\partial x_2}, \quad \mathrm{i}E_z = \frac{\partial A_3}{\partial x_4} - \frac{\partial A_4}{\partial x_3}, \tag{5.7}$$

$$H_x = \frac{\partial A_3}{\partial x_2} - \frac{\partial A_2}{\partial x_3}, \quad H_y = \frac{\partial A_1}{\partial x_3} - \frac{\partial A_3}{\partial x_1}, \quad H_z = \frac{\partial A_2}{\partial x_1} - \frac{\partial A_1}{\partial x_2}. \tag{5.8}$$

Důkaz. Dokážeme (5.7): Násobme první vztah (5.6) imaginární jednotkou i. Dostaneme pro $k = 1, 2, 3$

$$\mathrm{i}E_k = -\mathrm{i}\frac{\partial \varphi}{\partial x_k} - \frac{\mathrm{i}}{c}\frac{\partial A_k}{\partial t} = -\frac{\partial A_4}{\partial x_k} + \frac{\partial A_k}{\partial x_4},$$

což je již (5.7); při úpravě $-\frac{\mathrm{i}}{c}\frac{\partial A_k}{\partial t}$ jsme užili vztah (5.5). Vztah (5.8) plyne z $\mathbf{H} = \operatorname{rot}\mathbf{A}$. □

Důkaz věty 5.1. S užitím (5.3) a (5.4) dostaneme:

$$H'_x = \frac{\partial A'_3}{\partial x'_2} - \frac{\partial A'_2}{\partial x'_3} = \frac{\partial A_3}{\partial x_2} - \frac{\partial A_2}{\partial x_3} = H_x,$$

$$H'_\eta = \frac{\partial A'_1}{\partial x'_3} - \frac{\partial A'_3}{\partial x'_1} = \frac{\partial}{\partial x_3}\Big(\frac{A_1 + \mathrm{i}\beta A_4}{\sqrt{1-\beta^2}}\Big) - \frac{\frac{\partial A_3}{\partial x_1} + \mathrm{i}\beta\frac{\partial A_3}{\partial x_4}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$= \frac{\frac{\partial A_1}{\partial x_3} - \frac{\partial A_3}{\partial x_1} - \mathrm{i}\beta\Big(\frac{\partial A_3}{\partial x_4} - \frac{\partial A_4}{\partial x_3}\Big)}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

což dá konečný výsledek (s pomocí (5.7), (5.8))

$$H'_\eta = \frac{H_y + \beta E_x}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Zcela stejně můžeme psát

$$H'_\zeta = \frac{\partial A'_2}{\partial x'_1} - \frac{\partial A'_1}{\partial x'_2} = \frac{\frac{\partial A_2}{\partial x_1} + \mathrm{i}\beta\frac{\partial A_2}{\partial x_4} - \frac{\partial A_1}{\partial x_2} - \mathrm{i}\beta\frac{\partial A_4}{\partial x_2}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{H_z - \beta E_y}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Tím jsme dokázali (5.2). Nyní dokážeme (5.1). Důkaz vztahu $E'_\xi = E_x$ je opět snadný; omezíme se na E'_η:

$$\mathrm{i}E'_\eta = \frac{\partial A'_2}{\partial x'_4} - \frac{\partial A'_4}{\partial x'_2} = \frac{\frac{\partial A_2}{\partial x_4} - \mathrm{i}\beta\frac{\partial A_2}{\partial x_1}}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{\partial}{\partial x_2}\Big(\frac{A_4 - \mathrm{i}\beta A_1}{\sqrt{1-\beta^2}}\Big)$$

$$= \frac{\frac{\partial A_2}{\partial x_4} - \frac{\partial A_4}{\partial x_2} - \mathrm{i}\beta\Big(\frac{\partial A_2}{\partial x_1} - \frac{\partial A_1}{\partial x_2}\Big)}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

čili

$$\mathrm{i}E'_\eta = \gamma(\mathrm{i}E_y - \mathrm{i}\beta H_z),$$

což po zkrácení imaginární jednotkou i dá $E'_\eta = \gamma(E_y - \beta H_z)$. □

Lemma 5.4. *V SI platí*

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad}\varphi - \mu_0 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad \mathbf{H} = \operatorname{rot}\mathbf{A}. \tag{5.9}$$

Důkaz. Dosaďme zřejmý vztah $\mathbf{H} = \operatorname{rot}\mathbf{A}$ do druhé Maxwellovy rovnice $\operatorname{rot}\mathbf{E} + \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0$, kterou jsme napsali v SI. Dostaneme $\operatorname{rot}(\mathbf{E} + \mu_0 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}) = 0$. Tento vztah bude splněn, položíme-li $\mathbf{E} + \mu_0 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\operatorname{grad}\varphi$, což je definiční vztah pro φ. Odtud plyne první vztah (5.9). □

Věta 5.5. *Transformační vztahy pro vektory* $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ *elektromagnetického pole mají v soustavě SI v případě Lorentzovy transformace* (1.1) *tvar*

$$E'_\xi = E_x,\ \ E'_\eta = \gamma\Big(E_y - \beta H_z\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Big),\ \ E'_\zeta = \gamma\Big(E_z + \beta H_y\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Big), \tag{5.10}$$

$$H'_\xi = H_x,\ \ H'_\eta = \gamma\Big(H_y + \beta E_z\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\Big),\ \ H'_\zeta = \gamma\Big(H_z - \beta E_y\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\Big). \tag{5.11}$$

Důkaz. V případě SI stačí položit $A_4 = \mathrm{i}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\varphi$. Potom (je totiž $c = 1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$)

$$\begin{aligned}\mathrm{i}E_k &= -\mathrm{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x_k} - \mathrm{i}\mu_0\frac{\partial A_k}{\partial t} = -\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Big(\mathrm{i}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{\partial\varphi}{\partial x_k} - \frac{1}{\mathrm{i}c}\frac{\partial A_k}{\partial t}\Big)\\ &= -\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Big(\frac{\partial A_4}{\partial x_k} - \frac{\partial A_k}{\partial x_4}\Big),\end{aligned} \tag{5.12}$$

takže vyjde např. (podle (5.12) a lemmat 5.1 a 5.2)

$$H'_\eta = \frac{\partial A'_1}{\partial x'_3} - \frac{\partial A'_3}{\partial x'_1} = \frac{\frac{\partial A_1}{\partial x_3} - \frac{\partial A_3}{\partial x_1} - \mathrm{i}\beta\Big(\frac{\partial A_3}{\partial x_4} - \frac{\partial A_4}{\partial x_3}\Big)}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma\Big(H_y + \beta E_z\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\Big),$$

$$\begin{aligned}\mathrm{i}E'_\zeta &= -\mathrm{i}\frac{\partial\varphi'}{\partial\zeta} - \mathrm{i}\mu_0\frac{\partial A'_3}{\partial t'} = -\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Big(\mathrm{i}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{\partial\varphi'}{\partial\zeta} + \mathrm{i}\mu_0\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{\partial A'_3}{\partial t'}\Big)\\ &= -\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Big(\frac{\partial A'_4}{\partial x'_3} - \frac{1}{\mathrm{i}c}\frac{\partial A'_3}{\partial t'}\Big) = -\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Big(\frac{\partial A'_4}{\partial x'_3} - \frac{\partial A'_3}{\partial x'_4}\Big)\\ &= -\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Big[-\Big(\frac{\partial A_4}{\partial x_3} - \mathrm{i}\beta\frac{\partial A_1}{\partial x_3}\Big) + \Big(\frac{\partial A_3}{\partial x_4} - \mathrm{i}\beta\frac{\partial A_3}{\partial x_1}\Big)\Big] =\\ &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\gamma\Big[-\Big(\frac{\partial A_3}{\partial x_4} - \frac{\partial A_4}{\partial x_3}\Big) + \mathrm{i}\beta\Big(-\frac{\partial A_3}{\partial x_1} + \frac{\partial A_1}{\partial x_3}\Big)\Big] = \gamma\Big(\mathrm{i}E_z + \mathrm{i}\beta H_y\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Big).\end{aligned}$$

□

Reference

[1] A. Einstein: *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Ann. Phys. **17** (1905), 891–921.

[2] V. Fock: *The Theory of Space, Time and Gravitation*, Pergamon Press, London, 1961.

[3] K. Kuchař: *Základy obecné teorie relativity (Foundations of a general theory of relativity)*, Academia, Praha, 1968.

[4] H. Minkowski: *Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern*, Nachr. Gess. Wiss. Göttingen (1908), 53–61.

[5] J. B. Rumer, M. S. Ryvkin: *Teorija otnositělnosti.* Učpedgiz, Moskva, 1960.

[6] V. Votruba: *Základy speciální teorie relativity*, Academia, Praha, 1969.

Alexander Ženíšek, Ústav matematiky, Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně, Technická 2, 616 69, Brno,
e-mail: zenisek@fme.vutbr.cz

Jan Lamač, Praha