

OPTIMALIZACE PARAMETRŮ MODIFIKOVANÉ FÁZOVÉ KORELACE PRO SUBPIXELOVOU REGISTRACI OBRAZU

PETRA KOSOVÁ

ABSTRAKT. Tento článek přiblíží čtenáři postupy pro optimalizaci parametrů váhové funkce, která je použita v procedurách pro nalezení posunutí se subpixelovou přesností mezi dvěma obrazy. Jsou použity standardní techniky pro registraci obrazů jako je Fourierova transformace, fázová korelace, bilineární interpolace aj. Dále bude prezentován program, který byl k tomuto účelu vytvořen¹.

1. MATEMATICKÝ APARÁT

Fázová korelace je jednou ze základních technik registrace obrazu, která se používá pro určení transformace mezi dvěma podobnými obrazy, v našem případě pro určení posunu mezi dvěma obrazy. Její algoritmus je založen na Fourierově transformaci. Podrobnější informace o fázové korelaci lze najít v [2].

Nejdříve si připomeneme Fourierovu transformaci (více například v [1]).

Definice 1.1 (Fourierova transformace funkce v $\mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$). Nechť $f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$. *Fourierova transformace* funkce f je funkce $\mathcal{F}\{f\} = F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{C}$ definovaná vztahem

$$F(\xi, \eta) = \iint_{\mathbb{R}^2} f(x, y) e^{-i(x\xi + y\eta)} dx dy.$$

Funkci F nazýváme také *Fourierovým spektrem* funkce f .

Definice 1.2 (Inverzní Fourierova transformace funkce v $\mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$). Nechť $G \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$. *Inverzní Fourierova transformace* funkce G je funkce $\mathcal{F}^{-1}\{G\} = g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{C}$ definovaná vztahem

$$g(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{\mathbb{R}^2} G(\xi, \eta) e^{i(x\xi + y\eta)} d\xi d\eta.$$

Pro zavedení fázové korelace potřebujeme ještě normalizované cross-power spektrum.

Definice 1.3 (Normalizované cross-power spektrum). Nechť funkce $f_1, f_2 \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ mají Fourierova spektra F_1, F_2 . *Normalizovaným cross-power spektrem*

2010 MSC. Primární 68U10.

Klíčová slova. Fourierova transformace, fázová korelace, subpixelová přesnost, optimalizace.

¹Článek vznikl na základě bakalářské práce autorky v oboru Matematické inženýrství na FSI VUT v Brně. Vedoucí práce byla Jana Hoderová z Ústavu matematiky FSI VUT v Brně.

funkcí f_1, f_2 nazýváme funkci $Z_{f_1, f_2} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{C}$ definovanou vztahem

$$Z_{f_1, f_2}(\xi, \eta) = \frac{F_1(\xi, \eta) \cdot F_2^*(\xi, \eta)}{|F_1(\xi, \eta) \cdot F_2(\xi, \eta)|},$$

kde F_2^* je komplexně sdružená funkce k funkci F_2 .

Nyní již můžeme zavést fázovou korelaci.

Definice 1.4 (Fázová korelace). Necht' funkce $f_1, f_2 \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ mají Fourierova spektra F_1, F_2 . Funkce $P_{f_1, f_2} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{C}$ definovaná vztahem

$$P_{f_1, f_2}(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{Z_{f_1, f_2}(\xi, \eta)\} = \mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{F_1(\xi, \eta) \cdot F_2^*(\xi, \eta)}{|F_1(\xi, \eta) \cdot F_2(\xi, \eta)|}\right\}$$

se nazývá *fázová korelace* funkcí f_1, f_2 .

2. REGISTRACE OBRAZŮ

Registrace obrazů je proces srovnávání dvou obrazů, tedy přesněji porovnávání bodů se stejnými souřadnicemi.

Registrace posunutých obrazů

Předpokládejme, že oba obrazy, tedy funkce f_1, f_2 , jsou identické až na vzájemné posunutí o vektor (x_0, y_0) , tj.

$$f_2(x, y) = f_1(x - x_0, y - y_0).$$

Vektor posunutí zjistíme pomocí fázové korelace. V jednoduchých případech bychom dostali diskrétní impulsní funkci (diskrétní Diracovo delta). Při použití skutečného obrazu máme nejasný výsledek z důvodu velkého rozdílu hodnot pixelů na hranách obrazu. Potřebujeme tedy tyto hrany zjemnit.

Toho dosáhneme, vynásobíme-li náš obraz vhodnou funkcí g nazvanou *okenní funkce*. Tato funkce musí být rovna nule nebo skoro nule, na hranách obrazu a spojitě přecházet v jedničku na zbývajícím ploše obrazu.

Existuje mnoho takových funkcí. My používáme tzv. Hanningovu okenní funkci, jejíž definici lze nalézt například v [3].

Registrace reálných obrazů

Skutečné dva obrazy pořízené v jiný čas, nebo ve stejný čas jiným aparátem, nemůžou být nikdy identické. Reálné obrazy mohou obsahovat aditivní šum, impulsní šum, defekty způsobené optickým aparátem, prachové částice, difuzní světlo aj.

Aditivní a impulsní šum zasahují informace různých frekvencí, primárně však ty nejvyšší. Naopak nízké frekvence obsahují informace o optické vinětaci a difuzním světle. To znamená, že tyto frekvence jsou nepoužitelné pro registraci. Odstraníme je tedy vynásobením Fourierova spektra obrazu vhodnou váhovou funkcí.

Existuje více vhodných váhových funkcí, my jsme vybrali Gaussovu low-pass high-pass váhovou funkci.

Definice 2.1 (Gaussova low-pass high-pass váhová funkce). Necht' $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}_0^+$ a $N \in \mathbb{N}$ je velikost domény obrazu f .

Funkce $H_{\lambda_1} : \mathbb{R}^2 \rightarrow (0, 1)$ definovaná vztahem

$$H_{\lambda_1}(\xi, \eta) = e^{-\lambda_1 \frac{\xi^2 + \eta^2}{N^2}}$$

je nazývaná *Gaussova low-pass váhová funkce* s parametrem λ_1 .

Funkce $H^{\lambda_2} : \mathbb{R}^2 \rightarrow (0, 1)$ definovaná vztahem

$$H^{\lambda_2}(\xi, \eta) = 1 - e^{-\lambda_2 \frac{\xi^2 + \eta^2}{N^2}}$$

je nazývaná *Gaussova high-pass váhová funkce* s parametrem λ_2 .

Funkce $H_{\lambda_1}^{\lambda_2} : \mathbb{R}^2 \rightarrow (0, 1)$ definovaná vztahem

$$H_{\lambda_1}^{\lambda_2}(\xi, \eta) = H_{\lambda_1}(\xi, \eta) \cdot H^{\lambda_2}(\xi, \eta)$$

je nazývaná *Gaussova low-pass high-pass váhová funkce*.

Registrace se subpixelovou přesností

Vektor (x_0, y_0) je celočíselný odhad vektoru posunutí mezi obrazy f_1, f_2 . Existuje mnoho metod, jak určit neceločíselný posun. Jedna z těchto metod je metoda geometrických momentů, která je blíže popsána v [1]. Další metodou je například bilineární interpolace, tu jsme používali pro vytvoření vlastních obrazů se subpixelovým posunem. Tato metoda je mnohem rychlejší, avšak je méně přesná.

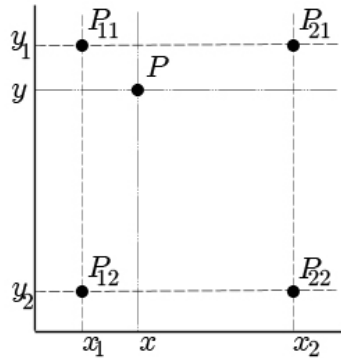
Definice 2.2. Mějme body $P_{11} = (x_1, y_1)$, $P_{12} = (x_1, y_2)$, $P_{21} = (x_2, y_1)$, $P_{22} = (x_2, y_2)$ (viz obrázek 1) a předpokládejme že známe hodnotu pixelů obrazu f v těchto bodech. Pak klademe

$$\begin{aligned} f(x, y_1) &\approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(P_{11}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(P_{21}), \\ f(x, y_2) &\approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(P_{12}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(P_{22}), \\ f(x, y) &\approx \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} f(x, y_1) + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} f(x, y_2). \end{aligned}$$

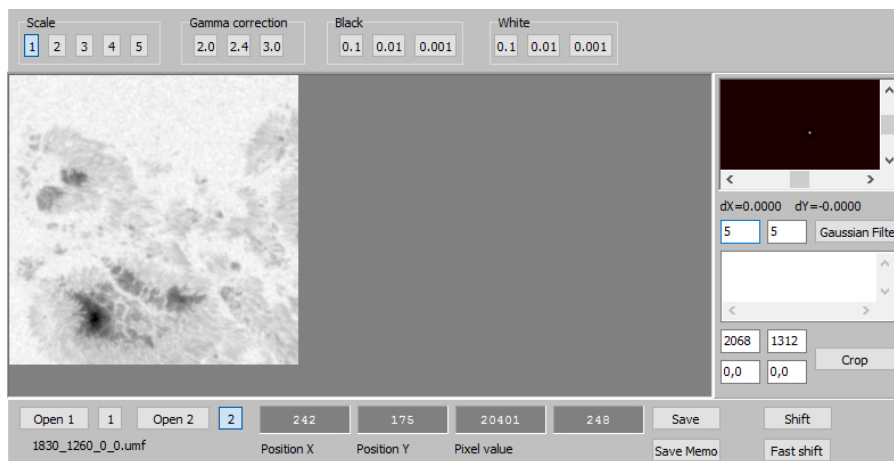
3. PROGRAM

Pro nalezení parametrů váhové funkce zmíněné dříve jsme použili 10 000 obrazů s předem známým subpixelovým posunem, proto bylo nutné vytvořit pro naše účely speciální program. Ten byl vytvořen v Delphi XE6 s použitím knihoven od Miloslava Druckmüllera.

V tomto programu došlo k inovacím předchozích procedur ze zmíněných knihoven. Byli vytvořeny i procedury na změnu měřítka, gamma korekce a histogramu. Uživatel tohoto programu si může vyříznout část obrazu s určitým posunem a také jej uložit. Grafickou stránku programu lze vidět na obrázku 2. Samotný program a informace k němu jsou k dispozici v [3].



Obrázek 1. Příklad 2D mřížky pro bilineární interpolaci.

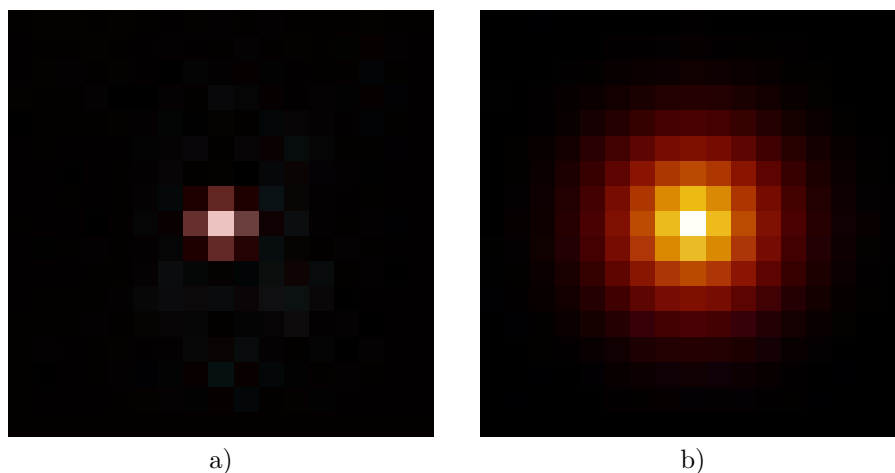


Obrázek 2. Spuštěný program se základním obrazem a spočítaným posunem.

4. OPTIMALIZACE PARAMETRŮ

Hledáme vhodnou kombinaci hodnot parametrů λ_1 a λ_2 tak, abychom odstranili pouze frekvence obsahující šum a jiné pro danou analýzu nepotřebné informace. Parametr okenní funkce jsme použili z předchozích studií. Výsledek fázové korelace je zobrazen jako bod na černém pozadí (viz obrázek 3).

Na začátku jsme zkoušeli různé hodnoty parametrů λ_1 a λ_2 na pár obrazech, abychom našli vhodné skupiny hodnot pro další optimalizaci. Na obrázku 3 vidíme jak to funguje. Pro malé λ_1 dostaneme malý vrchol, to znamená, že odstraníme pouze malé množství vysokých frekvencí a náš maximální vrchol je velmi příkrý. Pro velké λ_1 odstraníme více vysokých frekvencí a náš maximální vrchol je více



Obrázek 3. Zobrazený výsledek fázové korelace po vynásobení Gassovou low-pass high-pass váhovou funkcí. Použité parametry jsou $\lambda_1 = 3$ a $\lambda_2 = 13$ pro obraz a) a $\lambda_1 = 7$ a $\lambda_2 = 13$ pro obraz b).

oblý. Parametr λ_2 mění informace v nízkých frekvencích, takže nemůžeme vidět žádný rozdíl v zobrazeném obrázku.

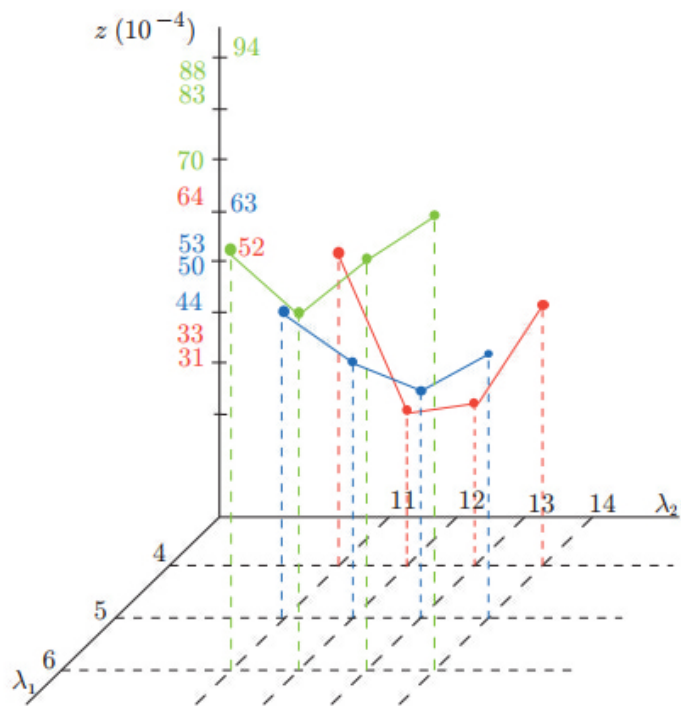
Skupiny hodnot parametrů byly vybrány takto: $\lambda_1 \in \{4, 5, 6\}$, $\lambda_2 \in \{11, 12, 13, 14\}$. S těmito parametry dostaneme odhady posunu s přesností na tisíce. Všechny možné kombinace jsme aplikovali na všech 10 000 obrazů. Následně jsme pro každou kombinaci hledali maximální odchylku od skutečného posunu a vytvořili jsme graf jejich závislosti (viz obrázek 4).

5. VÝSLEDEK

Z obrázku 4 můžeme vidět, že nejlepší kombinace parametrů je $\lambda_1 = 4$ a $\lambda_2 = 12$. Maximální odchylka v tomto případě je 0,0031. Pomocí fázové korelace a správné volby parametrů pro váhovou funkci jsme spočítali vektor posunu dvou obrazů s přesností na tisíce, což předčilo naše očekávání.

REFERENCE

- [1] H. Druckmüllerová: *Phase-correlation based image registration*, Diplomová práce, Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně, Brno, 2010.
- [2] A. K. Katsaggelos: *Phase correlation*, In: Coursera [online]. Fundamentals of Digital Image and Video Processing: Northwestern University [cit. 2017-04-29], online <https://www.coursera.org/learn/digital/lecture/a60Ui/phasecorrelation>.
- [3] P. Kosová: *Parameter optimization of the modified phase correlation method for sub-pixel image registration*, Bakalářská práce, Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně, Brno, 2017.



Obrázek 4. Graf použitelných parametrů a maximální odchylky.

Petra Kosová, Ústav matematiky, Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně, Technická 2, 616 69 Brno, Česká republika,
e-mail: 170185@vutbr.cz